**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

NOME COMPLETO DO ALUNO

**Título do trabalho: subtítulo**

SÃO CARLOS

2021

NOME COMPLETO DO ALUNO

**Título do trabalho: subtítulo**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Nome do Orientador

SÃO CARLOS

2021

**RESUMO**

SOBRENOME, N. **Título do trabalho: subtítulo quando houver**. 2021. 262 p. Tese (Doutorado em Ciências - Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

O presente trabalho trata do desenvolvimento de formulações do Método dos Elementos de Contorno (MEC) para a análise mecânica elástica e a fratura coesiva de estruturas compostas planas. Em tais estruturas, para garantir a continuidade na interface de distintos materiais, adotou-se a técnica de multi-regiões. Utilizando nas equações integrais do MEC as soluções fundamentais de Kelvin ou de Cruse & Swedlow, as regiões de uma estrutura podem apresentar desde comportamentos perfeitamente isotrópicos até anisotropias gerais. As formulações desenvolvidas foram baseadas nas equações integrais de deslocamentos (singular) e de forças de superfície (hiper singular). O MEC é uma técnica numérica robusta e precisa para a análise do processo de fratura em sólidos. Tal método apresenta uma natural redução na dimensionalidade da malha simplificando assim o tratamento de fissuras e interfaces. No presente trabalho, as interfaces de uma estrutura composta podem romper por fraturamento através da incorporação do modelo de fratura coesiva o qual é capaz de descrever a fratura quase frágil de materiais. Com o acoplamento desse modelo de fratura e da técnica de multi-regiões o sistema de equações algébricas torna-se fortemente não linear. Para solucionar o sistema resultante adotou-se o clássico algoritmo Newton-Raphson ou ainda a abordagem via Operador Tangente (OT). A busca da solução não linear via OT se da através de previsões inicias e etapas de correção na direção tangente da curva não linear. Dessa maneira, o processo de convergência se torna mais eficiente em comparação ao esquema clássico. No trabalho, Estruturas planas foram avaliadas em regime elástico linear sendo os resultados comparados com soluções analíticas e respostas numéricas em elementos finitos. Além disso, foram também simulados ensaios experimentais de fratura em peças de concreto e também de madeira. Os resultados evidenciam que as formulações também são eficazes na captura de comportamentos não lineares induzidos pelo fraturamento. Por fim são apresentados comparativos de ganho de eficiência para as análises de fratura com a adoção do OT em detrimento ao esquema clássico.

Palavras-chave: estruturas compostas; meios anisotrópicos; Método dos Elementos de Contorno; modelo coesivo de fratura; operador tangente.

**ABSTRACT**

SOBRENOME, N. **Título do trabalho em inglês: subtítulo também em inglês quando houver**. 2021. 262 p. Thesis (PhD. in Civil Engineering (Structural Engineering)) – School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2021.

The present work deals the development of numerical formulations to evaluate the mechanical behaviour of plane composed structures in the context of linear elastic analysis and nonlinear fracture mechanics. The proposed formulations are based on the Boundary Element Method (BEM) through its classical singular and hyper singular integral equations. The multi-region technique is considered to couple the interfaces of non-homogeneous multiphase bodies. The BEM is a robust and accurate numerical technique to analyse fracture phenomena in solids. This numerical method presents a mesh dimensionality reduction which makes easier the modelling of cracks surfaces. Besides, this dimensionality reduction also makes the treatment of interfaces in composed structures a less complex task. Considering the use of Kelvin fundamental solutions at the integrals equations, isotropic materials can be considered to compose parts of the structures. On the other hand, using Cruse & Swedlow fundamental solution it is also possible to deal with general anisotropic materials. At the composed structures, cracks were considered to propagate along the interfaces and the nonlinear behaviour was introduced by the cohesive crack model which is applicable to quasi-brittle fracture. The nonlinear system of equations, which comes from the coupling of cohesive model and the multi-region technique, can be solved using classical Newton-Raphson or the Tangent Operator (TO) approach. Both procedures achieve the nonlinear solution through initial try and corrections steps. However, the TO achieves the solution considering the tangential direction of the nonlinear response. Therefore, convergence rates are faster when compared with the classical scheme. Some linear elastic applications of composed plane structures were analysed with the developed formulation. In addition, experimental fracture testes performed in concrete and wood specimens were also analysed. The obtained results show that the formulation was effective and accurate to evaluate the structural responses of composed structures in linear elastic range and also to perform nonlinear quasi-brittle fracture tests.

Keywords: composed structures; anisotropic medias; cohesive fracture model; tangent operator; Boundary Element Method.

sumário

1 INTRODUÇÃO 19

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 19

1.2 OBJETIVOS DO ESTUDO 27

1.3 REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA 28

1.3.1 Mecânica da Fratura 28

1.3.2 Método dos Elementos de contorno 32

1.3.3 Aplicações do MEC e do MEF à fratura dos materiais 35

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO 39

2 FUNDAMENTOS DA TEORIA DA ELASTICIDADE 43

2.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO 43

2.2 LEIS CONSTITUTIVAS ELASTICO LINEARES DOS MATERIAIS 48

2.2.1 Materiais com anisotropia geral 51

2.2.2 Materiais com simetria elástica em um plano 52

3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO A MEIOS ISOTRÓPICOS 59

3.1 SOLUÇÃO FUNDAMENTAL DO PROBLEMA 60

4 APLICAÇÕES 177

4.1 CHAPA NÃO HOMOGÊNA 177

4.2 ANEL POLIMÉRICO 181

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 235

REFERÊNCIAS 239

ANEXO 253

**REFERÊNCIAS**

ALBUQUERQUE, E. L. **Análise de Problemas dinâmicos em Materiais Anisotrópicos usando o Método dos Elementos de Contorno**.2001. 120p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

APPLE. OS X El Capitan. Versão 10.11.6. [Cupertino]: Apple, c2017.

CENTRO DE CAPACITAÇÃO DA JUVENTUDE. **Chega de violência e extermínio de jovens**. [2009]. 1 cartaz, color. Disponível em: <http://www.ccj.org.br/site/documentos/Cartaz_Campanha.jpg>. Acesso em: 25 ago. 2011.

CODA, H. B. **Análise da vibração livre de meios elásticos bidimensionais pelo método dos elementos de contorno**.1990. 135p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1990.

CORDEIRO, S. G. F.; LEONEL, E. D. Multi-region boundary element method and tangent operator technique applied to crack propagation modelling in concrete structures. In: PAN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS, 1., 2015, Buenos Aires. **Anais**... . Buenos Aires: Cimne, 2015. p. 327 - 339.

HOUTE, J. **Black hole.** 1 June 2010. 1 fotografia. Disponível em: <http://photo.net/photodb/photo?photo_id=11724012>. Acesso em: 26 maio 2011.

LEONEL, E. D. Reliability-based design optimization approach applied to fatigue crack growth. In: BRANCO, Ricardo (Ed.). **Recent Trends in Fatigue Design**. New York: Nova Publishers, 2015. Cap. 1. p. 1-30.

PACCOLA, R. R.; SAMPAIO, M. S. M.; CODA, H. B. Fiber-matrix contact stress analysis for elastic 2D composite solids. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 12, p. 583–611, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1679-78251282>. Acesso em: 05 jul. 2021.

SÁLES, J. J.; MUNAIAR NETO, J.; MALITE, M. **Segurança nas Estruturas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. 113 p.